

УДК 007:681.518.2

## **КВАЛИМЕТРИЧЕСКАЯ ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОСТИ\***

*Смирнов В.В., к.т.н.*

*e-mail: vitaly\_smirnov@mail.ru*

### **1. ВВЕДЕНИЕ**

В работе [1] отражены психические уровни восприятия внутренней и внешней среды и для некоторых из них кратко рассмотрены наиболее подходящие с точки зрения ее авторов методы моделирования конфликтов в гибридных интеллектуальных системах. При моделировании конфликтов, происходящих на оценочном уровне, важное значение имеет определение оценочных функций. Исходя из предположения, что необходимым условием осуществления оценивания является наличие отношений (осознанных или неосознанных) между потребностями субъекта и оцениваемым им объектом, становится важным определение таких оценочных функций, которые позволяют количественно оценить эти отношения.

Основываясь на работе Н.А. Батурина [2] следует различать два подхода к оцениванию. Для подхода № 1 характерно, что получаемая оценка - это оценка конечного или промежуточного результата (итога) целенаправленного поведения по отношению к цели. Структуру оцениваемого отношения при таком подходе можно представить следующим образом: потребность (детерминант поведения субъекта) — мотив — цель (оцениваемый объект). Для подхода № 2 характерно, что получаемая оценка - это оценка объекта (предмета), который предназначен для удовлетворения потребностей. Структуру оцениваемого отношения в этом случае можно представить следующим образом: потребность (восприятие субъектом недостаточности чего-либо) — требование — оцениваемый объект.

В рамках подхода № 1 субъективная, психологическая сторона процесса оценивания доминирует по отношению к объективной, при этом мотив является ключевым элементом обратной связи, через который объекты или другие субъекты оказывают воздействие на поведение субъекта, в частности, на выполнение им оценочных

---

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 14-07-00373).

функций. В рамках подхода № 2 объективная сторона оценивания доминирует над субъективной.

Квалиметрические методы оценивания, представленные, например, в работе [3], традиционно применяются в рамках подхода № 2. В данной работе рассмотрены проблемы использования квалиметрических методов оценивания в рамках подхода № 1.

## **2. ОСНОВНЫЕ ОСОБЕННОСТИ КВАЛИМЕТРИЧЕСКОГО ОЦЕНИВАНИЯ**

Квалиметрия — научная дисциплина, изучающая методологию и проблематику комплексного количественного оценивания качества любых объектов: одушевленных или неодушевленных; предметов или процессов; продуктов труда или продуктов природы; имеющих материальный или духовный характер; имеющих искусственное или естественное происхождение и т.д. [4]

Под качеством объекта в квалиметрии понимается взаимосвязанная совокупность его потребительских свойств, за исключением показателей использования ресурсов для создания и потребления объекта [3,4,5,6].

Под экономичностью объекта в квалиметрии понимается такая взаимосвязанная совокупность его свойств, которая характеризует использование ресурсов для создания, потребления и утилизации объекта [3,4,5,6].

Интегральное качество объекта в квалиметрии - это взаимосвязанная совокупность его качества и экономичности [3,4,5,6].

Традиционно квалиметрическое оценивание состоит из этапов определения требований к оцениванию, построения модели оцениваемого объекта, расчета значения комплексного свойства, характеризующего качество и/или экономичность оцениваемого объекта.

В квалиметрической модели обычно выделяется главное, как правило, комплексное свойство, которое представляет собой декомпозицию более простых свойств объекта. В такой иерархии свойства, не имеющие дочерних свойств, называются *простыми* и могут принимать числовые значения, предпочтительно, в шкале отношений, и, в случаях большей субъективности оценок, в шкалах других типов, в частности, в шкале порядка. Свойства, которые декомпозируются, называются *сложными*. Чаще всего, иерархия свойств представляется в виде дерева, в котором с комплексным свойством, не имеющим родителей, должны связываться числовые

оценки, вычисляемые на основе данных об оцениваемых объектах. Всем свойствам присваиваются веса (коэффициенты важности).

В квалиметрии предусмотрены правила построения деревьев свойств для обеспечения условий правильного выполнения расчетов значений комплексного свойства для оцениваемых объектов, а также для создания условий воспроизводимости деревьев свойств различными специалистами применительно к одному и тому же оцениваемому объекту [5].

В модели оцениваемого объекта, построенной с соблюдением квалиметрических правил построения деревьев свойств, свойства, относящиеся к одному общему родителю, могут рассматриваться как непересекающиеся множества, а родительское свойство можно рассматривать как объединение непересекающихся множеств, что позволяет исключить конфликты оценивания, связанные с взаимозависимостью свойств.

Чаще всего квалиметрическое оценивание выполняется с использованием методов экспертных оценок, в которых свойства, веса свойств и значения свойств оцениваемых объектов определяются экспертами. Пожалуй, наиболее популярным среди методов экспертных оценок, применяемых в квалиметрии, является метод Дельфи [6].

Ниже представлен типичный набор формул, используемых для расчета квалиметрических оценок [4].

*Формула 1.* Расчет группового коэффициента важности  $G_i$ , предназначенного для нормализации весов свойств, осуществляется по следующей формуле:  $G_i = V_i / \sum V_{iz} * G_d$ , где  $V_i$  – коэффициент важности  $i$ -го свойства;  $V_{iz}$  – коэффициент важности  $z$ -го свойства, относящегося к тому родителю в дереве свойств, что и  $i$ -е свойство,  $z \in \{1, \dots, m\}$ ;  $m$  – количество свойств, относящихся к той же группе, что и  $i$ -е свойство;  $G_d$  – групповой коэффициент важности родительского свойства для  $i$ -го свойства;  $i$  – идентификатор свойства, для которого рассчитывается групповой коэффициент важности;  $d$  – номер родительского свойства для  $i$ -го свойства;  $G_d=1$  для свойства, не имеющего родителей, т.е. для самого оцениваемого комплексного свойства.

*Формула 2.* Расчет нормированного значения свойства  $K_{ij}$  осуществляется по следующей формуле:

$$K_{ij} = \frac{Q_{ij} - q_i^{\text{сп}}}{q_i^{\text{эм}} - q_i^{\text{сп}}}, \text{ где } q_i^{\text{эм}} -$$

эталонное значение свойства, получаемое из таблицы значений свойств оцениваемых объектов и их аналогов;  $q_i^{\text{сп}}$  – браковочное

значение свойства, получаемое из таблицы значений свойств оцениваемых объектов и их аналогов;  $Q_{ij}$  – значение свойства  $j$ -го оцениваемого объекта;  $i \in \{1, \dots, m\}$  – номер свойства, где  $m$  – количество свойств, не имеющих дочерних свойств;  $j \in \{1, \dots, n\}$  – номер оцениваемого объекта, где  $n$  – количество оцениваемых объектов.

*Формула 3.* Расчет оценки для комплексного свойства  $P_j$   $j$ -го оцениваемого объекта осуществляется по формуле средневзвешенного арифметического:  $P_j = \sum(K_{ij} * G_i)$ , где  $K_{ij}$  – нормированный показатель  $i$ -го свойства для  $j$ -го оцениваемого объекта;  $G_i$  – групповой коэффициент важности  $i$ -го свойства;  $i \in \{1, \dots, m\}$  – номер свойства, где  $m$  – количество простых свойств;  $j \in \{1, \dots, n\}$  – номер оцениваемого объекта, где  $n$  – количество оцениваемых объектов.

Использование средневзвешенного арифметического в формуле 3 позволяет выразить результаты оценивания в шкале отношений в том случае, если значения простых свойств представлены в шкалах отношений, тем самым обеспечивая максимальную объективность оценивания.

### **3. ПРОБЛЕМЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КВАЛИМЕТРИИ ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПРЕДПОЧТЕНИЙ**

Приведенный выше набор формул квалиметрического оценивания применим если выполняется следующее ограничение: сложные свойства могут рассматриваться как объединения непересекающихся множеств, соответствующих дочерним свойствам. В квалиметрии оценивание таких сложных свойств как качество, экономичность и интегральное качество выполняется, как правило, именно с учетом данного ограничения, что не всегда удобно, если оценивание связано с моделированием целенаправленного поведения, которое может выполняться в условиях недостаточности ресурсов (временных, пространственных, энергетических, информационных и др.) для восприятия необходимой совокупности свойств оцениваемого объекта, связанных с удовлетворением потребительских потребностей. Поэтому модели оцениваемого объекта (оценочные модели), формируемые в процессе его восприятия потребителем, могут рассматриваться как результат искаженного, более субъективного восприятия качества, экономичности или интегрального качества. Это затрудняет определение границ множеств значений свойств и приводит к необходимости моделирования свойств оцениваемых объектов с помощью нечетких множеств. Некоторые ситуации

подобного искажения затрагиваются в работе [7], в которой рассматриваются, в частности, условия, когда оценивание качества в экономике заменяется оцениванием потребительских предпочтений, что характерно, в частности, для теории "предельной полезности". Примером психологической модели, ориентированной именно на оценивание потребительских предпочтений, является модель Н.Кано [8].

Чтобы квалиметрическая модель оцениваемого объекта могла применяться для оценивания предпочтений, приходится снижать объективность оценивания, отказываясь от использования шкал отношений при определении значений простых свойств, и, следовательно, при получении значений комплексных оценок. Но, такое ограничение позволяет вычислять функцию полезности с использованием аппарата квалиметрии [3].

Если значения простых свойств представлены в шкале порядка, то для получения значений комплексных оценок могут быть использованы нечеткие множества. Сложные свойства могут представлять собой не только объединение нечетких множеств, соответствующих подчиненным свойствам в иерархии, но и их пересечение, что можно интерпретировать как отражение различных способов рассуждений субъектов в условиях неопределенности. Веса свойств могут определяться не только с использованием методов экспертных оценок, но и на основе информации об индивидуальных предпочтениях конкретных субъектов или некоторых групп субъектов.

Однако, чтобы оценивание действительно оставалось квалиметрическим, необходимо следовать трем его основным этапам и правилам построения деревьев свойств. Пожалуй, исключение может быть сделано для правила деления по равному основанию (по одинаковому признаку деления) свойств, относящихся к общему родительскому свойству [5]. Вместо данного правила при вычислении функции полезности можно ввести правило единого множества значений свойств, относящихся к общему родительскому свойству.

В качестве примера метода, ориентированного на оценивание с использованием моделей объектов, представленных в виде деревьев свойств, и значений свойств, представленных нечеткими множествами, можно привести работу [9]. При отсутствии иерархических оценочных моделей предусмотрено их построение путем свертки априори известных простых свойств. Декомпозиция сложных свойств на более простые не предусмотрена, но если такие модели уже построены и количественные оценки достаточно получить в шкале порядка, то данный метод также применим.

В квалиметрии предусмотрено построение оценочных моделей как путем свертки, так и с использованием декомпозиции. Последнее становится возможным при учете информации об иерархии потребностей субъектов, в чьих интересах выполняется оценивание. Кроме того, следование квалиметрическим этапам оценивания и правилам построения деревьев свойств можно не только строить модели путем свертки и декомпозиции свойств, но и обеспечивать повышение объективности результатов количественного оценивания качества. В некотором смысле подход к оцениванию, предлагаемый в работе [9], можно считать противоположным квалиметрическому, поскольку предусмотрено оценивание согласованности свойств, но количественные оценки могут быть получены только в шкале порядка, в то время как одно из квалиметрических правил построения деревьев свойств требует обеспечения независимости по предпочтению свойств, относящихся к общему родительскому свойству, а количественные оценки могут быть получены и в шкалах отношений, и в шкалах порядка, а также в некоторых других, в зависимости от требуемой объективности оценивания и доступности исходных данных [5].

#### 4. ПРИМЕР КВАЛИМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ

Рассмотрим вычисление значений квалиметрической функции полезности  $U=F(P1,P2,\dots,Pm,V1,V2,\dots,Vm)$ , где  $P1,P2,\dots,Pm$  – свойства в дереве свойств,  $V1,V2,\dots,Vm$  – веса свойств,  $m$  – количество свойств, на примере простейшего дерева свойств, отражающего предпочтения покупателя при выборе кондиционеров, представленного на рис.1.

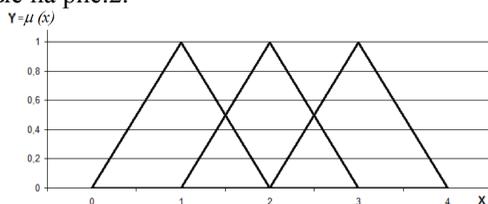


Рис.1. Пример дерева свойств

Сложное свойство "Комфортность использования кондиционера" (P3) декомпозируется на рисунке на два простых свойства "Управляемость" (P1) и "Шумность" (P2). В соответствии с квалиметрическими правилами определения весов свойств самое значимое свойство должно иметь максимально возможный вес. Остальные свойства могут иметь либо максимальный вес, либо меньше максимального. В данном примере свойство P2 имеет максимальный вес  $V_2=1.0$ , а свойство P1 имеет вес  $V_1=0.7$ . В рамках традиционного квалиметрического оценивания требуется выполнить

нормализацию весов свойств с учетом весов родительских свойств по формуле 1. В результате нормализации групповой коэффициент важности для свойства P1 будет иметь значение  $G_1=V_1/(V_1+V_2)=0.412$ , а для свойства P2 групповой коэффициент важности будет иметь значение  $G_2=V_2/(V_1+V_2)=0.588$ . Таким образом, суммарный вес простых свойств после нормализации будет равен 1, что позволяет затем вычислять оценки в рамках предположения, что множества, соответствующие свойствам P1 и P2 являются непересекающимися.

Если допустить возможность пересечения множеств, соответствующих свойствам P1 и P2, расчеты могут быть выполнены, считая такие множества нечеткими. При традиционном квалиметрическом оценивании требуется выполнение нормализации числовых значений с использованием эталонных  $q_i^{эм}$  и браковочных  $q_i^{бп}$  значений по формуле 2, но в случае вычисления значений квалиметрической функции полезности вместо нормализации можно использовать единый набор нечетких чисел для определения значений всех простых свойств, если они представлены в шкале порядка, как и в случае рассматриваемого примера, для которого используем в качестве значений P1 и P2 нечеткие числа из множества {1,2,3}. Для простоты поставим им в соответствие треугольные функции принадлежности, представленные на рис.2.



**Рис.2. Пример функций принадлежности**

Предположим, что значения свойств P1 и P2 представлены в шкалах порядка и принимают по три значения следующим образом:

$P1 \in \{ \text{"хорошая"} (Q_{1j}=3), \text{"средняя"} (Q_{1j}=2), \text{"плохая"} (Q_{1j}=1) \};$

$P2 \in \{ \text{"высокая"} (Q_{2j}=1), \text{"средняя"} (Q_{2j}=2), \text{"слабая"} (Q_{2j}=3) \}.$

Пусть потребителю предложено оценить два кондиционера, и он указал значения и веса свойств, представленные в таблице 1.

**Таблица 1. Значения и веса простых свойств товаров, указанные потребителем**

Свойство	Вес свойства	Кондиционер 1	Кондиционер 2
P1	$V1=0.7$	"хорошая" ( $Q_{11}=3$ )	"средняя" ( $Q_{12}=2$ )
P2	$V2=1.0$	"средняя" ( $Q_{21}=2$ )	"слабая" ( $Q_{22}=3$ )

В случае традиционного квалиметрического оценивания с использованием приведенных выше формул 1, 2 и 3 с учетом нормализованных весов  $G_1$  и  $G_2$  и значений свойств P1 и P2, представленных в таблице 1., оценки свойства для двух кондиционеров могут быть получены следующим образом:

$$\begin{aligned}
 q_1^{3m} &= 3, q_1^{6p} = 1, q_2^{3m} = 3, q_2^{6p} = 1, \\
 K_{11} &= (Q_{11} - q_1^{6p}) / (q_1^{3m} - q_1^{6p}) = 1, K_{21} = (Q_{21} - q_1^{6p}) / (q_1^{3m} - q_1^{6p}) = 0.5, \\
 K_{12} &= (Q_{12} - q_1^{6p}) / (q_2^{3m} - q_2^{6p}) = 0.5, K_{22} = (Q_{22} - q_1^{6p}) / (q_2^{3m} - q_2^{6p}) = 1, \\
 P_3 &= K_{11} * G_1 + K_{21} * G_2 = 0.706 \text{ для Кондиционера 1,} \\
 P_3 &= K_{12} * G_1 + K_{22} * G_2 = 0.794 \text{ для Кондиционера 2.}
 \end{aligned}$$

Это означает, что Кондиционер 2 более комфортен в использовании чем Кондиционер 1.

При квалиметрическом оценивании потребительских предпочтений путем вычисления значений функции полезности потребуется построить усеченные функции принадлежности в соответствии с весами свойств V1 и V2 (рис.1), используя функции принадлежности свойств P1 и P2, представленные на рис. 2, и значения свойств P1 и P2, представленные в таблице 1, выполнив преобразования по следующей формуле:

$$\mu(x, V_i) = \begin{cases} V_i, & \mu(x) \geq V_i \\ \mu(x), & \mu(x) < V_i \end{cases}, \text{ где } i - \text{ номер свойства.}$$

Проводя аналогию с традиционным квалиметрическим оцениванием, примем, что сложные свойства можно ассоциировать с объединением множеств, соответствующих дочерним свойствам в дереве свойств. В таком случае сложному свойству P3 можно поставить в соответствие функцию принадлежности следующего вида:

$$\mu_{P3}(x) = \mu_{P1 \cup P2}(x, V1, V2) = \max(\mu_{P1}(x, V1), \mu_{P2}(x, V2)).$$

В общем случае, в соответствии с вышеизложенным, значение квалиметрической функции полезности U для сложного свойства, которое ассоциировано с объединением множеств, ассоциированных с простыми свойствами, может быть получено при дефаззификации, например, методом центра тяжести по следующим формулам:

$$U = \frac{\int x \mu(x) dx}{\int \mu(x) dx},$$

$$\mu(x) = \max(\mu_{P1}(x, V1), \mu_{P2}(x, V2), \dots, \mu_{Pm}(x, Vm)),$$

где V1, V2, ..., Vm - веса свойств, m - количество простых свойств.

Для более сложного случая, когда в дереве свойств присутствуют сложные свойства, у которых дочерние свойства также

являются сложными, требуется рекурсивно строить объединения усеченных функций принадлежности начиная с простых свойств, пока не будет построена функция принадлежности, соответствующая свойству, не имеющему родительских свойств, используя которую останется вычислить значение функции полезности, применив один из методов дефаззификации.

В таблице 2 представлены исходные данные из таблицы 1, результаты вычисления оценок по квалиметрическим формулам 1,2,3 и результаты вычисления значений квалиметрической функции полезности для примера, представленного на рис.1. Из таблицы видно, что в используемом примере Кондиционер 2 оказался более комфортен в использовании чем Кондиционер 1 по результатам вычисления как на основе традиционных квалиметрических формул, так и по результатам расчета значений квалиметрической функции полезности.

**Таблица 2. Исходные данные и результаты вычисления оценок**

Свойство	Вес свойства	Кондиционер 1	Кондиционер 2
P1	V1=0.7	"хорошая" ( $Q_{11}=3$ )	"средняя" ( $Q_{12}=2$ )
P2	V2=1.0	"средняя" ( $Q_{21}=2$ )	"слабая" ( $Q_{22}=3$ )
P3	V3=1.0	0.706	0.794
Функция полезности U		2.473	2.527

Следует отметить, что использование весов свойств  $V_i$  является только простейшим способом учесть потребительские требования путем установления ограничений на множества значений свойств оцениваемого объекта. Для более сложных случаев моделирования потребительского поведения может быть применен подход Беллмана—Заде [10], при котором принимаемое решение рассматривается как подмножество в пространстве альтернатив, представляющее собой пересечение заданных целей и ограничений.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что область применения квалиметрических методов оценивания может быть расширена за счет перехода в рамках квалиметрии от классических к нечетким множествам, что позволяет использовать квалиметрию не только при оценивании объектов в рамках отношений, имеющих структуру *потребность (восприятие субъектом недостаточности чего-либо) — требование — оцениваемый объект*, но и при оценивании объектов в рамках отношений, имеющих структуру *потребность (детерминант поведения субъекта) — мотив — цель (оцениваемый объект)*.

Смирнов В.В. (Москва, ООО «Делис-архив»). Квалиметрическая функция полезности // В сб. науч. трудов VIII-й Международной научно-технической конференции (Коломна, 18-20 мая 2015 г.). В 2-х томах. Т.2. – М.:Физматлит, 2015. – С.692-701.

Рассмотрен пример квалиметрического оценивания потребительских предпочтений с использованием нечетких множеств для случая, когда значения простых свойств представлены в шкалах порядка при условии принадлежности к одному и тому же множеству значений свойств, относящихся к общему родительскому свойству.

Предложен новый тип функции полезности, названный *квалиметрическая функция полезности*.

### Литература

1. Смирнов В.В., Фоминых И.Б. Способы разрешения конфликтов в гибридных интеллектуальных системах// В сб. трудов 14 Национ. конф. по искусств. интеллекту “КИИ-2014”. – Т.1. – Казань: Изд-во РМЦ «Школа», 2014. – С.215-223.
2. Батурич Н.А. Оценочная функция психики. – М.: Институт психологии РАН, 1997.
3. Азгальдов Г.Г. Теория и практика оценки качества товаров (основы квалиметрии) . – М.: Экономика, 1982.
4. Азгальдов Г.Г., Киреев С.Е., Костин А.В., Кынин А.Т., Левочкина Н.В., Привень А.И., Смирнов В.В., Федосеев А.В., Яскевич Е.Е. Методика проведения оценки соответствия технологий производства продукции (работ, услуг) гражданского назначения мировому уровню развития науки и техники. – М.: Российская венчурная компания, 2013.  
[https://www.rusventure.ru/ru/programm/analytics/docs/201405\\_RVC\\_estimatio\\_n\\_technique.pdf](https://www.rusventure.ru/ru/programm/analytics/docs/201405_RVC_estimatio_n_technique.pdf).
5. Азгальдов Г.Г., Костин А.В., Садовов В.В. Квалиметрия: первоначальные сведения. Справочное пособие с примером для АНО «Агентство стратегических инициатив по продвижению новых проектов»: Учеб. пособие. – М.: Высш. шк., 2010.
6. Азгальдов Г.Г., Райхман Э.П. «Экспертные методы в оценке качества товаров». – М.: Экономика, 1974.
7. Блюмин И. Г. Эволюция теории «предельной полезности»// Критика буржуазной политической экономии: В 3 томах. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – Т. III. Кризис современной буржуазной политической экономии. – С. 97-113.
8. Kano N., Seraku N., Takahashi, F. , Tsuji, S. Attractive Quality and Must-Be Quality// Journal of the Japanese Society for Quality Control. – 1984. – Vol.14. – №2. – P.147-156.
9. Борисов В.В., Андреев С.Н., Федулов Я.А. Анализ сложных лингвистических объектов на основе нечетких оценочных моделей// Искусственный интеллект и принятие решений. № 3. 2014. – С. 72-84.
10. Беллман Р., Заде Л. Принятие решений в расплывчатых условиях// В кн.: Вопросы анализа и процедуры принятия решений. – М.: Мир, 1976. – С. 172-215.